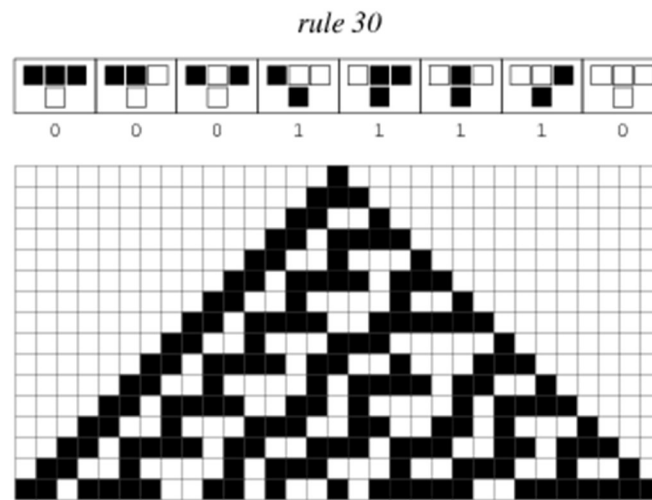


Prof. Dr. Alfred Toth

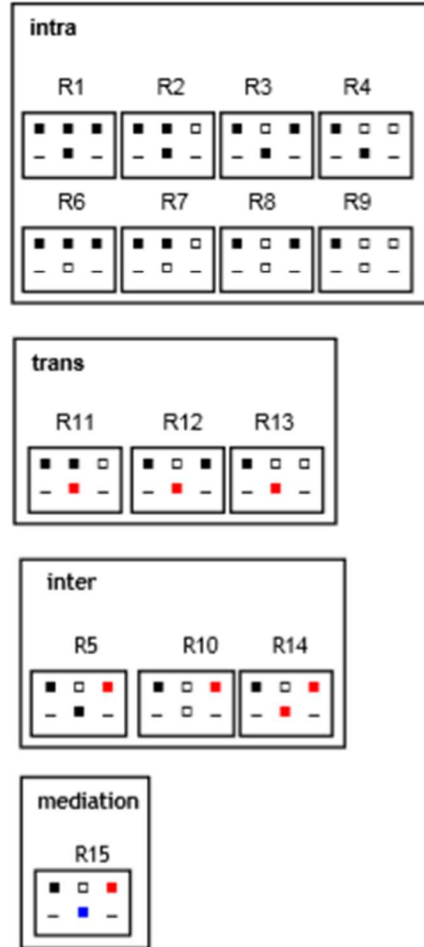
Kategorientheoretische Darstellung polykontextualer semiotischer Automaten

1. Im folgenden werden die Ergebnisse von Toth (2019a-d) vorausgesetzt.
2. Zelluläre Automaten sind eine Form von autoreproduktiven Automaten (vgl. von Neumann 1966), die zuerst von John H. Conway entdeckt wurden (vgl. Gardner 1970). Ein CA (cellular automata) ist ein Pattern aus 4 Plätzen, die belegt („lebendig“) oder unbelegt („tot“) sein können. CAs werden durch $2^8 = 256$ Regeln bestimmt, durch deren fortgesetzte Anwendung fraktalartige Gebilde entstehen; vgl. als Beispiel den CA der Regel 30.



Eine besondere Schwierigkeit bestand darin, CAs für die 15 Basis-Morphogramme der Güntherlogik zu konstruieren. Nach Kaehr (2015, S. 5) sind die CAs der Morphogramme in Intra-, Trans-, Inter- und mediative CAs differenzierbar.

Morphograms



Wie man sieht, genügen die 256 Regeln für quantitative CAs für sog. morpho-CAs nicht mehr. Rudolf Kaehr hat seine letzten Lebensjahre bis zum Tage seines Todes damit verbracht, Subregeln zu erzeugen, mit denen Proto-, Deutero- und Trito-Sequenzen als polykontexturale Automaten dargestellt werden können.

3. Eine besondere Stellung innerhalb der qualitativ-mathematischen CAs nehmen die semiotischen ein, und hier stellen sich noch viel beträchtlichere Schwierigkeiten, denn bei semiotischen CAs gibt es keine unbelegten Zellen. Legt man $ZR^{2,3}$ zugrunde, dann sind 6 Elemente (Subzeichen) auf 4 Plätze zu verteilen. Man erhält also $\binom{6}{4} = (720 : 2) = 360$ polykontexturale semiotische CAs, die im folgenden durch die Proto- = Deuterozahlen von $K = 1$ bis $K = 3$ von $Z^{2,3}$ (vgl. Toth 2019e) statt durch Farben dargestellt werden. Die 360 semio-CAs sind nach Gruppen von Mengen von $z \in Z^{2,3}$ geordnet, welche als Input für einen semiotischen CA und dessen Permutationen verwendet werden.

Für die folgende Darstellung wurden zusätzlich die in Toth (2019d) definierten Morphismen verwendet. Damit können semiotische CAs erstmals unabhängig von diamonds (welche kontexturierte Subzeichen voraussetzen) kategorientheoretisch dargestellt werden.

3.1. $R = (0, 00, 01, 000)$

00 01 000	00 000 01	01 00 000
0	0	0
↓	↓	↓
$(\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ$	$(\gamma \beta \rightarrow \gamma^\circ) \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ$	$(\beta^\circ \rightarrow \gamma \beta) \rightarrow \alpha^\circ$
01 000 00	000 00 01	000 01 00
0	0	0
↓	↓	↓
$(\gamma \rightarrow \beta^\circ \gamma^\circ) \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ$	$(\beta^\circ \gamma^\circ \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha^\circ$	$(\gamma^\circ \rightarrow \beta^\circ) \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ$
0 01 000	0 000 01	01 0 000
00	00	00
↓	↓	↓
$(\beta \alpha \rightarrow \gamma) \rightarrow \beta^\circ$	$(\gamma \beta \alpha \rightarrow \gamma^\circ) \rightarrow \beta^\circ \gamma^\circ$	$(\alpha^\circ \beta^\circ \rightarrow \gamma \beta \alpha) \rightarrow \alpha$
01 000 0	000 0 01	000 01 0
00	00	00
↓	↓	↓
$(\gamma \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ) \rightarrow \beta^\circ \gamma^\circ$	$(\alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \rightarrow \beta \alpha) \rightarrow \alpha$	$(\gamma^\circ \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ) \rightarrow \beta^\circ$

0	00	000	0	000	00	00	0	000
	01			01			01	
	↓			↓			↓	
$(\alpha \rightarrow \gamma\beta) \rightarrow \beta$			$(\gamma\beta\alpha \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ) \rightarrow \gamma^\circ$			$(\alpha^\circ \rightarrow \gamma\beta\alpha) \rightarrow \beta\alpha$		

00	000	0	000	0	00	000	00	0
	01			01			01	
	↓			↓			↓	
$(\gamma\beta \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ) \rightarrow \gamma^\circ$			$(\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ \rightarrow \alpha) \rightarrow \beta\alpha$			$(\beta^\circ\gamma^\circ \rightarrow \alpha^\circ) \rightarrow \beta$		

0	00	01	0	01	00	00	0	01
	000			000			000	
	↓			↓			↓	
$(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \gamma\beta$			$(\beta\alpha \rightarrow \beta^\circ) \rightarrow \gamma$			$(\alpha^\circ \rightarrow \beta\alpha) \rightarrow \gamma\beta\alpha$		

00	01	0	01	0	00	01	00	0
	000			000			000	
	↓			↓			↓	
$(\beta \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ) \rightarrow \gamma$			$(\alpha^\circ\beta^\circ \rightarrow \alpha) \rightarrow \gamma\beta\alpha$			$(\beta^\circ \rightarrow \alpha^\circ) \rightarrow \gamma\beta$		

3.2. $R = (0, 00, 01, 001)$

00	01	001	00	001	01	01	00	001
	0			0			0	
	↓			↓			↓	

$$(\beta \rightarrow \delta\gamma) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ \quad (\delta\gamma\beta \rightarrow \gamma^\circ\delta^\circ) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \quad (\beta^\circ \rightarrow \delta\gamma\beta) \rightarrow \alpha^\circ$$

$$\begin{array}{ccc} 01 & 001 & 00 \\ & 0 & \\ & \downarrow & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 001 & 00 & 01 \\ & 0 & \\ & \downarrow & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 001 & 01 & 00 \\ & 0 & \\ & \downarrow & \end{array}$$

$$(\delta\gamma \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \quad (\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha^\circ \quad (\gamma^\circ\delta^\circ \rightarrow \beta^\circ) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ$$

$$\begin{array}{ccc} 0 & 01 & 001 \\ & 00 & \\ & \downarrow & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 0 & 001 & 01 \\ & 00 & \\ & \downarrow & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 01 & 0 & 001 \\ & 00 & \\ & \downarrow & \end{array}$$

$$(\beta\alpha \rightarrow \delta\gamma) \rightarrow \beta^\circ \quad (\delta\gamma\beta\alpha \rightarrow \gamma^\circ\delta^\circ) \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \quad (\alpha^\circ\beta^\circ \rightarrow \delta\gamma\beta\alpha) \rightarrow \alpha$$

$$\begin{array}{ccc} 01 & 001 & 0 \\ & 00 & \\ & \downarrow & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 001 & 0 & 01 \\ & 00 & \\ & \downarrow & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 001 & 01 & 0 \\ & 00 & \\ & \downarrow & \end{array}$$

$$(\delta\gamma \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ) \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \quad (\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \rightarrow \beta\alpha) \rightarrow \alpha \quad (\gamma^\circ\delta^\circ \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ) \rightarrow \beta^\circ$$

$$\begin{array}{ccc} 0 & 00 & 001 \\ & 01 & \\ & \downarrow & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 0 & 001 & 00 \\ & 01 & \\ & \downarrow & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 00 & 0 & 001 \\ & 01 & \\ & \downarrow & \end{array}$$

$$(\alpha \rightarrow \delta\gamma\beta) \rightarrow \beta \quad (\delta\gamma\beta\alpha \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\alpha^\circ) \rightarrow \gamma^\circ\delta^\circ \quad (\alpha^\circ \rightarrow \delta\gamma\beta\alpha) \rightarrow \beta\alpha$$

$$\begin{array}{ccc} 00 & 001 & 0 \\ & 01 & \\ & \downarrow & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 001 & 0 & 00 \\ & 01 & \\ & \downarrow & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 001 & 00 & 0 \\ & 01 & \\ & \downarrow & \end{array}$$

$$(\delta\gamma\beta \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ) \rightarrow \gamma^\circ\delta^\circ (\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \rightarrow \alpha) \rightarrow \beta\alpha \quad (\beta^\circ\gamma^\circ\alpha^\circ \rightarrow \alpha^\circ) \rightarrow \beta$$

$$0 \quad 00 \quad 01$$

$$001$$

$$\downarrow$$

$$(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \delta\gamma\beta$$

$$0 \quad 01 \quad 00$$

$$001$$

$$\downarrow$$

$$(\beta\alpha \rightarrow \beta^\circ) \rightarrow \delta\gamma$$

$$00 \quad 0 \quad 01$$

$$001$$

$$\downarrow$$

$$(\alpha^\circ \rightarrow \beta\alpha) \rightarrow \delta\gamma\beta\alpha$$

$$00 \quad 01 \quad 0$$

$$001$$

$$\downarrow$$

$$(\beta \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ) \rightarrow \delta\gamma$$

$$01 \quad 0 \quad 00$$

$$001$$

$$\downarrow$$

$$(\alpha^\circ\beta^\circ \rightarrow \alpha) \rightarrow \delta\gamma\beta\alpha$$

$$01 \quad 00 \quad 0$$

$$001$$

$$\downarrow$$

$$(\beta^\circ \rightarrow \alpha^\circ) \rightarrow \delta\gamma\beta$$

$$3.3. R = (0, 00, 01, 012)$$

$$00 \quad 01 \quad 012$$

$$0$$

$$\downarrow$$

$$(\beta \rightarrow \varepsilon\delta\gamma) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ$$

$$00 \quad 012 \quad 01$$

$$0$$

$$\downarrow$$

$$(\varepsilon\delta\gamma\beta \rightarrow \gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ$$

$$01 \quad 00 \quad 012$$

$$0$$

$$\downarrow$$

$$(\beta^\circ \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta) \rightarrow \alpha^\circ$$

$$01 \quad 012 \quad 00$$

$$0$$

$$\downarrow$$

$$(\varepsilon\delta\gamma \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ$$

$$012 \quad 00 \quad 01$$

$$0$$

$$\downarrow$$

$$(\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha^\circ$$

$$012 \quad 01 \quad 00$$

$$0$$

$$\downarrow$$

$$(\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \beta^\circ) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ$$

$\begin{array}{ccc} 0 & 01 & 012 \\ & 00 & \\ & \downarrow & \end{array}$	$\begin{array}{ccc} 0 & 012 & 01 \\ & 00 & \\ & \downarrow & \end{array}$	$\begin{array}{ccc} 01 & 0 & 012 \\ & 00 & \\ & \downarrow & \end{array}$
$(\beta\alpha \rightarrow \varepsilon\delta\gamma) \rightarrow \beta^\circ$	$(\varepsilon\delta\gamma\beta\alpha \rightarrow \gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ (\alpha^\circ\beta^\circ \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha) \rightarrow \alpha$	

$\begin{array}{ccc} 01 & 012 & 0 \\ & 00 & \\ & \downarrow & \end{array}$	$\begin{array}{ccc} 012 & 0 & 01 \\ & 00 & \\ & \downarrow & \end{array}$	$\begin{array}{ccc} 012 & 01 & 0 \\ & 00 & \\ & \downarrow & \end{array}$
$(\varepsilon\delta\gamma \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ (\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \beta\alpha) \rightarrow \alpha (\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ) \rightarrow \beta^\circ$		

$\begin{array}{ccc} 0 & 00 & 012 \\ & 01 & \\ & \downarrow & \end{array}$	$\begin{array}{ccc} 0 & 012 & 00 \\ & 01 & \\ & \downarrow & \end{array}$	$\begin{array}{ccc} 00 & 0 & 012 \\ & 01 & \\ & \downarrow & \end{array}$
$(\alpha \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta) \rightarrow \beta$	$(\varepsilon\delta\gamma\beta\alpha \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ (\alpha^\circ \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\alpha) \rightarrow \beta\alpha$	

$\begin{array}{ccc} 00 & 012 & 0 \\ & 01 & \\ & \downarrow & \end{array}$	$\begin{array}{ccc} 012 & 0 & 00 \\ & 01 & \\ & \downarrow & \end{array}$	$\begin{array}{ccc} 012 & 00 & 0 \\ & 01 & \\ & \downarrow & \end{array}$
$(\varepsilon\delta\gamma\beta \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ (\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \alpha) \rightarrow \beta\alpha (\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \alpha^\circ) \rightarrow \beta$		

$\begin{array}{ccc} 0 & 00 & 01 \\ & 012 & \\ & \downarrow & \end{array}$	$\begin{array}{ccc} 0 & 01 & 00 \\ & 012 & \\ & \downarrow & \end{array}$	$\begin{array}{ccc} 00 & 0 & 01 \\ & 012 & \\ & \downarrow & \end{array}$
$(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta$	$(\beta\alpha \rightarrow \beta^\circ) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma$	$(\alpha^\circ \rightarrow \beta\alpha) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha$

00	01	0	01	0	00	01	00	0
	012			012			012	
	↓			↓			↓	
$(\beta \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ) \rightarrow \varepsilon \delta \gamma$			$(\alpha^\circ \beta^\circ \rightarrow \alpha) \rightarrow \varepsilon \delta \gamma \beta \alpha$			$(\beta^\circ \rightarrow \alpha^\circ) \rightarrow \varepsilon \delta \gamma \beta$		

3.4. $R = (0, 00, 000, 001)$

00	000	001	00	001	000	000	00	001
	0			0			0	
	↓			↓			↓	
$(\gamma \beta \rightarrow \delta) \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ$			$(\delta \gamma \beta \rightarrow \delta^\circ) \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ$			$(\beta^\circ \gamma^\circ \rightarrow \delta \gamma \beta) \rightarrow \alpha^\circ$		

000	001	00	001	00	000	001	000	00
	0			0			0	
	↓			↓			↓	
$(\delta \rightarrow \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ) \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ$			$(\beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ \rightarrow \gamma \beta) \rightarrow \alpha^\circ$			$(\delta^\circ \rightarrow \beta^\circ \gamma^\circ) \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ$		

0	000	001	0	001	000	000	0	001
	00			00			00	
	↓			↓			↓	
$(\gamma \beta \alpha \rightarrow \delta) \rightarrow \beta^\circ \gamma^\circ$			$(\delta \gamma \beta \alpha \rightarrow \delta^\circ) \rightarrow \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ$			$(\alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \rightarrow \delta \gamma \beta \alpha) \rightarrow \alpha$		

000	001	0	001	0	000	001	000	0
	00			00			00	
	↓			↓			↓	

$$(\delta \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ) \rightarrow \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ \quad (\alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ \rightarrow \gamma \beta \alpha) \rightarrow \alpha \quad (\delta^\circ \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ) \rightarrow \beta^\circ \gamma^\circ$$

$$0 \quad 00 \quad 001$$

$$000$$

$$\downarrow$$

$$(\alpha \rightarrow \delta \gamma \beta) \rightarrow \gamma \beta$$

$$0 \quad 001 \quad 00$$

$$000$$

$$\downarrow$$

$$(\delta \gamma \beta \alpha \rightarrow \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ) \rightarrow \delta^\circ$$

$$00 \quad 0 \quad 001$$

$$000$$

$$\downarrow$$

$$(\alpha^\circ \rightarrow \delta \gamma \beta \alpha) \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ$$

$$00 \quad 001 \quad 0$$

$$000$$

$$\downarrow$$

$$(\delta \gamma \beta \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ) \rightarrow \delta^\circ$$

$$001 \quad 0 \quad 00$$

$$000$$

$$\downarrow$$

$$(\alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ \rightarrow \alpha) \rightarrow \gamma \beta \alpha$$

$$001 \quad 00 \quad 0$$

$$000$$

$$\downarrow$$

$$(\beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ \rightarrow \alpha^\circ) \rightarrow \gamma \beta$$

$$0 \quad 00 \quad 000$$

$$001$$

$$\downarrow$$

$$(\alpha \rightarrow \gamma \beta) \rightarrow \delta \gamma \beta$$

$$0 \quad 000 \quad 00$$

$$001$$

$$\downarrow$$

$$(\gamma \beta \alpha \rightarrow \beta^\circ \gamma^\circ) \rightarrow \delta$$

$$00 \quad 0 \quad 000$$

$$001$$

$$\downarrow$$

$$(\alpha^\circ \rightarrow \gamma \beta \alpha) \rightarrow \delta \gamma \beta \alpha$$

$$00 \quad 000 \quad 0$$

$$001$$

$$\downarrow$$

$$(\gamma \beta \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ) \rightarrow \delta$$

$$000 \quad 0 \quad 00$$

$$001$$

$$\downarrow$$

$$(\alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \rightarrow \alpha) \rightarrow \delta \gamma \beta \alpha$$

$$000 \quad 00 \quad 0$$

$$001$$

$$\downarrow$$

$$(\beta^\circ \gamma^\circ \rightarrow \alpha^\circ) \rightarrow \delta \gamma \beta$$

3.5. $R = (0, 00, 000, 012)$

00 000 012	00 012 000	000 00 012
0	0	0
↓	↓	↓
$(\gamma\beta \rightarrow \varepsilon\delta) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ$	$(\varepsilon\delta\gamma\beta \rightarrow \delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ (\beta^\circ\gamma^\circ \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta) \rightarrow \alpha^\circ$	

000 012 00	012 00 000	012 000 00
0	0	0
↓	↓	↓
$(\varepsilon\delta \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ (\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \gamma\beta) (\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ$		

0 000 012	0 012 000	000 0 012
00	00	00
↓	↓	↓
$(\gamma\beta\alpha \rightarrow \varepsilon\delta) \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ$	$(\varepsilon\delta\gamma\beta\alpha \rightarrow \delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ (\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha) \rightarrow \alpha$	

000 012 0	012 0 000	012 000 0
00	00	00
↓	↓	↓
$(\varepsilon\delta \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ (\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \gamma\beta\alpha) \rightarrow \alpha (\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ) \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ$		

0 00 012	0 012 00	00 0 012
000	000	000
↓	↓	↓

$$(\alpha \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta) \rightarrow \gamma\beta \quad (\varepsilon\delta\gamma\beta\alpha \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \delta^\circ\varepsilon^\circ (\alpha^\circ \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha) \rightarrow \gamma\beta\alpha$$

$$\begin{array}{ccc} 00 & 012 & 0 \\ & 000 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 012 & 0 & 00 \\ & 000 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 012 & 00 & 0 \\ & 01 & \\ \downarrow & & \end{array}$$

$$(\varepsilon\delta\gamma\beta \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \delta^\circ\varepsilon^\circ (\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \alpha) \rightarrow \gamma\beta\alpha (\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \alpha^\circ) \rightarrow \beta$$

$$\begin{array}{ccc} 0 & 00 & 000 \\ & 012 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 0 & 000 & 00 \\ & 012 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 00 & 0 & 000 \\ & 012 & \\ \downarrow & & \end{array}$$

$$(\alpha, \gamma\beta) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta \quad (\gamma\beta\alpha \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ) \rightarrow \varepsilon\delta \quad (\alpha^\circ \rightarrow \gamma\beta\alpha) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha$$

$$\begin{array}{ccc} 00 & 000 & 0 \\ & 012 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 000 & 0 & 00 \\ & 012 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 000 & 00 & 0 \\ & 012 & \\ \downarrow & & \end{array}$$

$$(\gamma\beta \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ) \rightarrow \varepsilon\delta \quad (\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ \rightarrow \alpha) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha \quad (\beta^\circ\gamma^\circ \rightarrow \alpha^\circ) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta$$

3.6. $R = (0, 00, 001, 012)$

$$\begin{array}{ccc} 00 & 001 & 012 \\ & 0 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 00 & 012 & 001 \\ & 0 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 001 & 00 & 012 \\ & 0 & \\ \downarrow & & \end{array}$$

$$(\delta\gamma\beta \rightarrow \varepsilon) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \quad (\varepsilon\delta\gamma\beta \rightarrow \varepsilon^\circ) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ (\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta) \rightarrow \alpha^\circ$$

001	012	00		012	00	001		012	001	00
0				0				0		
↓				↓				↓		

$$(\varepsilon \rightarrow \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ \varepsilon^\circ) \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ (\beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ \varepsilon^\circ \rightarrow \delta \gamma \beta) \rightarrow \alpha^\circ (\varepsilon^\circ \rightarrow \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ) \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ$$

0	001	012		0	012	001		001	0	012
	00				00			00		
↓				↓				↓		

$$(\delta \gamma \beta \alpha \rightarrow \varepsilon) \rightarrow \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ \quad (\varepsilon \delta \gamma \beta \alpha \rightarrow \varepsilon^\circ) \rightarrow \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ \varepsilon^\circ (\alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ \rightarrow \varepsilon \delta \gamma \beta \alpha) \rightarrow \alpha$$

001	012	0		012	0	001		012	001	0
	00				00			00		
↓				↓				↓		

$$(\varepsilon \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ \varepsilon^\circ) \rightarrow \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ \varepsilon^\circ (\alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ \varepsilon^\circ \rightarrow \delta \gamma \beta \alpha) \rightarrow \alpha (\varepsilon^\circ \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ) \rightarrow \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ$$

0	00	012		0	012	00		00	0	012
	001				001			001		
↓				↓				↓		

$$(\alpha \rightarrow \varepsilon \delta \gamma \beta) \rightarrow \delta \gamma \beta \quad (\varepsilon \delta \gamma \beta \alpha \rightarrow \varepsilon \delta \gamma \beta) \rightarrow \varepsilon^\circ \quad (\alpha^\circ \rightarrow \varepsilon \delta \gamma \beta \alpha) \rightarrow \delta \gamma \beta \alpha$$

00	012	0		012	0	00		012	00	0
	001				001			012		
↓				↓				↓		

$$(\varepsilon \delta \gamma \beta \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ \varepsilon^\circ) \rightarrow \varepsilon^\circ (\alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ \varepsilon^\circ \rightarrow \alpha) \rightarrow \delta \gamma \beta \alpha (\beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ \varepsilon^\circ \rightarrow \alpha^\circ) \rightarrow \varepsilon \delta \gamma \beta$$

0 00 001	0 001 00	00 0 001
012	012	012
↓	↓	↓
$(\alpha \rightarrow \delta\gamma\beta) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta$	$(\delta\gamma\beta\alpha \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ) \rightarrow \varepsilon$	$(\alpha^\circ \rightarrow \delta\gamma\beta\alpha) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha$

00 001 0	001 0 00	001 00 0
012	012	012
↓	↓	↓
$(\delta\gamma\beta \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ) \rightarrow \varepsilon$	$(\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \rightarrow \alpha) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha$	$(\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \rightarrow \alpha^\circ) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta$

3.7. $R = (0, 01, 000, 001)$

01 000 001	01 001 000	000 01 001
0	0	0
↓	↓	↓
$(\gamma \rightarrow \delta) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ$	$(\delta\gamma \rightarrow \delta^\circ) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ$	$(\gamma^\circ \rightarrow \delta\gamma) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ$

000 001 01	001 01 000	001 000 01
0	0	0
↓	↓	↓
$(\delta \rightarrow \gamma^\circ\delta^\circ) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ$	$(\gamma^\circ\delta^\circ \rightarrow \gamma) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ$	$(\delta^\circ \rightarrow \gamma^\circ) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ$

0 000 001	0 001 000	000 0 001
01	01	01
↓	↓	↓

$$(\gamma\beta\alpha \rightarrow \delta) \rightarrow \gamma^\circ \quad (\delta\gamma\beta\alpha \rightarrow \delta^\circ) \rightarrow \gamma^\circ\delta^\circ \quad (\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ \rightarrow \delta\gamma\beta\alpha) \rightarrow \beta\alpha$$

$$\begin{array}{ccc} 000 & 001 & 0 \\ & 01 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 001 & 0 & 000 \\ & 01 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 001 & 000 & 0 \\ & 01 & \\ \downarrow & & \end{array}$$

$$(\delta \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ) \rightarrow \gamma^\circ\delta^\circ \quad (\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \rightarrow \gamma\beta\alpha) \rightarrow \beta\alpha \quad (\delta^\circ \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ) \rightarrow \gamma^\circ$$

$$\begin{array}{ccc} 0 & 01 & 001 \\ & 000 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 0 & 001 & 01 \\ & 000 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 01 & 0 & 001 \\ & 000 & \\ \downarrow & & \end{array}$$

$$(\beta\alpha \rightarrow \delta\gamma) \rightarrow \gamma \quad (\delta\gamma\beta\alpha \rightarrow \gamma^\circ\delta^\circ) \rightarrow \delta^\circ \quad (\alpha^\circ\beta^\circ \rightarrow \delta\gamma\beta\alpha) \rightarrow \gamma\beta\alpha$$

$$\begin{array}{ccc} 01 & 001 & 0 \\ & 000 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 001 & 0 & 01 \\ & 000 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 001 & 01 & 0 \\ & 000 & \\ \downarrow & & \end{array}$$

$$(\delta\gamma \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ) \rightarrow \delta^\circ \quad (\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \rightarrow \beta\alpha) \rightarrow \gamma\beta\alpha \quad (\gamma^\circ\delta^\circ \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ) \rightarrow \gamma$$

$$\begin{array}{ccc} 0 & 01 & 000 \\ & 001 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 0 & 000 & 01 \\ & 001 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 01 & 0 & 000 \\ & 001 & \\ \downarrow & & \end{array}$$

$$(\beta\alpha \rightarrow \gamma) \rightarrow \delta\gamma \quad (\gamma\beta\alpha \rightarrow \gamma^\circ) \rightarrow \delta \quad (\alpha^\circ\beta^\circ \rightarrow \gamma\beta\alpha) \rightarrow \delta\gamma\beta\alpha$$

$$\begin{array}{ccc} 01 & 000 & 0 \\ & 001 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 000 & 0 & 01 \\ & 001 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 000 & 01 & 0 \\ & 001 & \\ \downarrow & & \end{array}$$

$$(\gamma \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ) \rightarrow \delta \quad (\alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \rightarrow \beta \alpha) \rightarrow \delta \gamma \beta \alpha \quad (\gamma^\circ \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ) \rightarrow \delta \gamma$$

3.8. $R = (0, 01, 000, 012)$

01 000 012	01 012 000	000 01 012
0	0	0
↓	↓	↓
$(\gamma \rightarrow \varepsilon \delta) \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ$	$(\varepsilon \delta \gamma \rightarrow \delta^\circ \varepsilon^\circ) \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ \varepsilon^\circ$	$(\gamma^\circ \rightarrow \varepsilon \delta \gamma) \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ$

000 012 01	012 01 000	012 000 01
0	0	0
↓	↓	↓
$(\varepsilon \delta \rightarrow \gamma^\circ \delta^\circ \varepsilon^\circ) \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ \varepsilon^\circ$		
$(\gamma^\circ \delta^\circ \varepsilon^\circ \rightarrow \gamma) \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ$		
$(\delta^\circ \varepsilon^\circ \rightarrow \gamma^\circ) \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ$		

0 000 012	0 012 000	000 0 012
01	01	01
↓	↓	↓
$(\gamma \beta \alpha \rightarrow \varepsilon \delta) \rightarrow \gamma^\circ$	$(\varepsilon \delta \gamma \beta \alpha \rightarrow \delta^\circ \varepsilon^\circ) \rightarrow \gamma^\circ \delta^\circ \varepsilon^\circ$	
$(\alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \rightarrow \varepsilon \delta \gamma \beta \alpha) \rightarrow \beta \alpha$		

000 012 0	012 0 000	012 000 0
01	01	01
↓	↓	↓
$(\varepsilon \delta \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ \varepsilon^\circ) \rightarrow \gamma^\circ \delta^\circ \varepsilon^\circ$		
$(\alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ \varepsilon^\circ \rightarrow \gamma \beta \alpha) \rightarrow \beta \alpha$		
$(\delta^\circ \varepsilon^\circ \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ) \rightarrow \gamma^\circ$		

0 01 012	0 012 01	01 0 012
000	000	000
↓	↓	↓
$(\beta\alpha \rightarrow \varepsilon\delta\gamma) \rightarrow \gamma$	$(\varepsilon\delta\gamma\beta\alpha \rightarrow \gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \delta^\circ\varepsilon^\circ (\alpha^\circ\beta^\circ \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha) \rightarrow \gamma\beta\alpha$	

01 012 0	012 0 01	012 01 0
000	000	000
↓	↓	↓
$(\varepsilon\delta\gamma \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \delta^\circ\varepsilon^\circ (\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \beta\alpha) \rightarrow \gamma\beta\alpha$	$(\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ) \rightarrow \gamma$	

0 01 000	0 000 01	01 0 000
012	012	012
↓	↓	↓
$(\beta\alpha \rightarrow \gamma) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma$	$(\gamma\beta\alpha \rightarrow \gamma^\circ) \rightarrow \varepsilon\delta$	$(\alpha^\circ\beta^\circ \rightarrow \gamma\beta\alpha) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha$

01 000 0	000 0 01	000 01 0
012	012	012
↓	↓	↓
$(\gamma \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ) \rightarrow \varepsilon\delta$	$(\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ \rightarrow \beta\alpha) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha$ $(\gamma \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma$	

3.9. $R = (0, 01, 001, 012)$

01 001 012	01 012 001	001 01 012
0	0	0
$(\delta\gamma \rightarrow \varepsilon) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ$	$(\varepsilon\delta\gamma \rightarrow \varepsilon^\circ) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ (\gamma^\circ\delta^\circ \rightarrow \varepsilon\delta\gamma) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ$	

$$\begin{array}{ccc}
001 & 012 & 01 \\
0 & & \\
\downarrow & & \\
(\varepsilon \rightarrow \gamma^\circ \delta^\circ \varepsilon^\circ) \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ \varepsilon^\circ & (\alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ \varepsilon^\circ \rightarrow \delta \gamma) \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ & (\varepsilon^\circ \rightarrow \gamma^\circ \delta^\circ) \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccc}
0 & 001 & 012 \\
01 & & \\
\downarrow & & \\
(\delta \gamma \beta \alpha \rightarrow \varepsilon) \rightarrow \gamma^\circ \delta^\circ & (\varepsilon \delta \gamma \beta \alpha \rightarrow \varepsilon^\circ) \rightarrow \gamma^\circ \delta^\circ \varepsilon^\circ & (\alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ \rightarrow \varepsilon \delta \gamma \beta \alpha) \rightarrow \beta \alpha
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccc}
001 & 012 & 0 \\
01 & & \\
\downarrow & & \\
(\varepsilon \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ \varepsilon^\circ) \rightarrow \gamma^\circ \delta^\circ \varepsilon^\circ & (\alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ \varepsilon^\circ \rightarrow \delta \gamma \beta \alpha) \rightarrow \beta \alpha & (\varepsilon^\circ \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ) \rightarrow \gamma^\circ \delta^\circ
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccc}
0 & 01 & 012 \\
001 & & \\
\downarrow & & \\
(\beta \alpha \rightarrow \varepsilon \delta \gamma) \rightarrow \delta \gamma & (\varepsilon \delta \gamma \beta \alpha \rightarrow \gamma^\circ \delta^\circ \varepsilon^\circ) \rightarrow \varepsilon^\circ & (\alpha^\circ \beta^\circ \rightarrow \varepsilon \delta \gamma \beta \alpha) \rightarrow \delta \gamma \beta \alpha
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccc}
01 & 012 & 0 \\
001 & & \\
\downarrow & & \\
(\varepsilon \delta \gamma \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ \varepsilon^\circ) \rightarrow \varepsilon^\circ & (\alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ \varepsilon^\circ \rightarrow \beta \alpha) \rightarrow \delta \gamma \beta \alpha & (\gamma^\circ \delta^\circ \varepsilon^\circ \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ) \rightarrow \delta \gamma
\end{array}$$

0	01	001	0	001	01	01	0	001
	012			012			012	
	↓			↓			↓	
$(\beta\alpha \rightarrow \delta\gamma) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma$			$(\delta\gamma\beta\alpha \rightarrow \gamma^\circ\delta^\circ) \rightarrow \varepsilon$			$(\alpha^\circ\beta^\circ \rightarrow \delta\gamma\beta\alpha) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha$		

01	001	0	001	0	01	001	01	0
	012			012			012	
	↓			↓			↓	
$(\delta\gamma \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ) \rightarrow \varepsilon$			$(\delta\gamma\beta\alpha \rightarrow \beta\alpha) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha$			$(\gamma^\circ\delta^\circ \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma$		

3.10. $R = (0, 000, 001, 012)$

000	001	012	000	012	001	001	000	012
	0			0			0	
	↓			↓			↓	
$(\delta \rightarrow \varepsilon) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ$			$(\varepsilon\delta \rightarrow \varepsilon^\circ) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ$			$(\delta^\circ \rightarrow \varepsilon\delta) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ$		

001	012	000	012	000	001	012	001	000
	0			0			0	
	↓			↓			↓	
$(\varepsilon \rightarrow \delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ$			$(\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \delta^\circ) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ$			$(\varepsilon^\circ \rightarrow \delta^\circ) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ$		

0	001	012	0	012	001	001	0	012
	000			000			000	
	↓			↓			↓	

$$(\delta\gamma\beta\alpha \rightarrow \varepsilon) \rightarrow \delta^\circ \quad (\varepsilon\delta\gamma\beta\alpha \rightarrow \varepsilon^\circ) \rightarrow \delta^\circ\varepsilon^\circ \quad (\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha) \rightarrow \gamma\beta\alpha$$

$$\begin{array}{ccc} 001 & 012 & 0 \\ & 000 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 012 & 0 & 001 \\ & 000 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 012 & 001 & 0 \\ & 000 & \\ \downarrow & & \end{array}$$

$$(\varepsilon \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \delta^\circ\varepsilon^\circ \quad (\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \delta\gamma\beta\alpha) \rightarrow \gamma\beta\alpha \quad (\varepsilon^\circ \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ) \rightarrow \delta^\circ$$

$$\begin{array}{ccc} 0 & 000 & 012 \\ & 001 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 0 & 012 & 000 \\ & 001 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 000 & 0 & 012 \\ & 001 & \\ \downarrow & & \end{array}$$

$$(\gamma\beta\alpha \rightarrow \varepsilon\delta) \rightarrow \delta \quad (\varepsilon\delta\gamma\beta\alpha \rightarrow \delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \varepsilon^\circ \quad (\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha) \rightarrow \delta\gamma\beta\alpha$$

$$\begin{array}{ccc} 000 & 012 & 0 \\ & 001 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 012 & 0 & 000 \\ & 001 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 012 & 000 & 0 \\ & 001 & \\ \downarrow & & \end{array}$$

$$(\varepsilon\delta \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \varepsilon^\circ \quad (\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \gamma\beta\alpha) \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \quad (\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ) \rightarrow \delta$$

$$\begin{array}{ccc} 0 & 000 & 001 \\ & 012 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 0 & 001 & 000 \\ & 012 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 000 & 0 & 001 \\ & 012 & \\ \downarrow & & \end{array}$$

$$(\gamma\beta\alpha \rightarrow \delta) \rightarrow \varepsilon\delta \quad (\delta\gamma\beta\alpha \rightarrow \delta^\circ) \rightarrow \varepsilon \quad (\alpha^\circ\beta^\circ\gamma^\circ \rightarrow \delta\gamma\beta\alpha) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta\alpha$$

$$\begin{array}{ccc} 000 & 001 & 0 \\ & 012 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 001 & 0 & 000 \\ & 012 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 001 & 000 & 0 \\ & 012 & \\ \downarrow & & \end{array}$$

$$(\delta \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ) \rightarrow \varepsilon \quad (\alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ \rightarrow \gamma \beta \alpha) \rightarrow \varepsilon \delta \gamma \beta \alpha \quad (\delta^\circ \rightarrow \alpha^\circ \beta^\circ \gamma^\circ) \rightarrow \varepsilon \delta$$

3.11. R = (00, 01, 000, 001)

01 000 001	01 001 000	000 01 001
00	00	00
↓	↓	↓
$(\gamma \rightarrow \delta) \rightarrow \beta^\circ \gamma^\circ$	$(\delta \gamma \rightarrow \delta^\circ) \rightarrow \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ$	$(\gamma^\circ \rightarrow \delta \gamma) \rightarrow \beta^\circ$

000 001 01	001 01 000	001 000 01
00	00	00
↓	↓	↓
$(\delta \rightarrow \gamma^\circ \delta^\circ) \rightarrow \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ$	$(\gamma^\circ \delta^\circ \rightarrow \gamma) \rightarrow \beta^\circ$	$(\delta^\circ \rightarrow \gamma^\circ) \rightarrow \beta^\circ \gamma^\circ$

00 000 001	00 001 000	000 00 001
01	01	01
↓	↓	↓
$(\gamma \beta \rightarrow \delta) \rightarrow \gamma^\circ$	$(\delta \gamma \beta \rightarrow \delta^\circ) \rightarrow \gamma^\circ \delta^\circ$	$(\beta^\circ \gamma^\circ \rightarrow \delta \gamma \beta) \rightarrow \beta$

000 001 00	001 00 000	001 000 00
01	01	01
↓	↓	↓
$(\delta \rightarrow \beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ) \rightarrow \gamma^\circ \delta^\circ$	$(\beta^\circ \gamma^\circ \delta^\circ \rightarrow \gamma \beta) \rightarrow \beta$	$(\delta^\circ \rightarrow \beta^\circ \gamma^\circ) \rightarrow \gamma$

00	01	001	00	001	01	01	00	001
	000			000			000	
	↓			↓			↓	
$(\beta \rightarrow \delta\gamma) \rightarrow \gamma$			$(\delta\gamma\beta \rightarrow \gamma^\circ\delta^\circ) \rightarrow \delta^\circ$			$(\beta^\circ \rightarrow \delta\gamma\beta) \rightarrow \gamma\beta$		

01	001	00	001	00	01	001	01	00
	000			000			000	
	↓			↓			↓	
$(\delta\gamma \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ) \rightarrow \delta^\circ$			$(\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \rightarrow \beta) \rightarrow \gamma\beta$			$(\gamma^\circ\delta^\circ \rightarrow \beta^\circ) \rightarrow \gamma$		

00	01	000	00	000	01	01	00	000
	001			001			001	
	↓			↓			↓	
$(\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow \delta\gamma$			$(\gamma\beta \rightarrow \gamma^\circ) \rightarrow \delta$			$(\beta^\circ \rightarrow \gamma\beta) \rightarrow \delta\gamma\beta$		

01	000	00	000	00	01	000	01	00
	001			001			001	
	↓			↓			↓	
$(\gamma \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ) \rightarrow \delta$			$(\beta^\circ\gamma^\circ \rightarrow \beta) \rightarrow \delta\gamma\beta$			$(\gamma^\circ \rightarrow \beta^\circ) \rightarrow \delta\gamma$		

3.12. $R = (00, 01, 000, 012)$

01	000	012	01	012	000	000	01	012
	00			00			00	
	↓			↓			↓	

$$(\gamma \rightarrow \varepsilon\delta) \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ \quad (\varepsilon\delta\gamma \rightarrow \delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \quad (\gamma^\circ \rightarrow \varepsilon\delta\gamma) \rightarrow \beta^\circ$$

$$\begin{array}{ccc} 000 & 012 & 01 \\ & 00 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 012 & 01 & 000 \\ & 00 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 012 & 000 & 01 \\ & 00 & \\ \downarrow & & \end{array}$$

$$(\varepsilon\delta \rightarrow \gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \quad (\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \gamma) \rightarrow \beta^\circ \quad (\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \gamma^\circ) \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ$$

$$\begin{array}{ccc} 00 & 000 & 012 \\ & 01 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 00 & 012 & 000 \\ & 01 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 000 & 00 & 012 \\ & 01 & \\ \downarrow & & \end{array}$$

$$(\gamma\beta \rightarrow \varepsilon\delta) \rightarrow \gamma^\circ \quad (\varepsilon\delta\gamma\beta \rightarrow \delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \quad (\beta^\circ\gamma^\circ \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta) \rightarrow \beta$$

$$\begin{array}{ccc} 000 & 012 & 00 \\ & 01 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 012 & 00 & 000 \\ & 01 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 012 & 000 & 00 \\ & 01 & \\ \downarrow & & \end{array}$$

$$(\varepsilon\delta \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \quad (\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \gamma\beta) \rightarrow \beta \quad (\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ) \rightarrow \gamma^\circ$$

$$\begin{array}{ccc} 00 & 01 & 012 \\ & 000 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 00 & 012 & 01 \\ & 000 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 01 & 00 & 012 \\ & 000 & \\ \downarrow & & \end{array}$$

$$(\beta \rightarrow \varepsilon\delta\gamma) \rightarrow \gamma \quad (\varepsilon\delta\gamma\beta \rightarrow \gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \delta^\circ\varepsilon^\circ \quad (\beta^\circ \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta) \rightarrow \gamma\beta$$

$$\begin{array}{ccc} 01 & 012 & 00 \\ & 000 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 012 & 00 & 01 \\ & 000 & \\ \downarrow & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 012 & 01 & 00 \\ & 000 & \\ \downarrow & & \end{array}$$

$$(\varepsilon\delta\gamma \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \delta^\circ\varepsilon^\circ (\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \beta) \rightarrow \gamma\beta \quad (\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \beta^\circ) \rightarrow \gamma$$

$$00 \quad 01 \quad 000$$

$$012$$

$$\downarrow$$

$$(\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma$$

$$00 \quad 000 \quad 01$$

$$012$$

$$\downarrow$$

$$(\gamma\beta \rightarrow \gamma^\circ) \rightarrow \varepsilon\delta$$

$$01 \quad 00 \quad 000$$

$$012$$

$$\downarrow$$

$$(\beta^\circ \rightarrow \gamma\beta) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta$$

$$01 \quad 000 \quad 00$$

$$012$$

$$\downarrow$$

$$(\gamma \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ) \rightarrow \varepsilon\delta$$

$$000 \quad 00 \quad 01$$

$$012$$

$$\downarrow$$

$$(\beta^\circ\gamma^\circ \rightarrow \beta) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta$$

$$000 \quad 01 \quad 00$$

$$012$$

$$\downarrow$$

$$(\gamma^\circ \rightarrow \beta^\circ) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma$$

3.13. R = (00, 01, 001, 012)

$$01 \quad 001 \quad 012$$

$$00$$

$$\downarrow$$

$$(\delta\gamma \rightarrow \varepsilon) \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ$$

$$01 \quad 012 \quad 001$$

$$00$$

$$\downarrow$$

$$(\varepsilon\delta\gamma \rightarrow \varepsilon^\circ) \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ$$

$$001 \quad 01 \quad 012$$

$$00$$

$$\downarrow$$

$$(\gamma^\circ\delta^\circ \rightarrow \varepsilon\delta\gamma) \rightarrow \beta^\circ$$

$$001 \quad 012 \quad 01$$

$$00$$

$$\downarrow$$

$$(\varepsilon \rightarrow \gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ$$

$$012 \quad 01 \quad 001$$

$$00$$

$$\downarrow$$

$$(\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \delta\gamma) \rightarrow \beta^\circ$$

$$012 \quad 001 \quad 01$$

$$00$$

$$\downarrow$$

$$(\varepsilon^\circ \rightarrow \gamma^\circ\delta^\circ) \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ$$

00	001	012	00	012	001	001	00	012
	01			01			01	
	↓			↓			↓	
$(\delta\gamma\beta \rightarrow \varepsilon) \rightarrow \gamma^\circ\delta^\circ$			$(\varepsilon\delta\gamma\beta \rightarrow \varepsilon^\circ) \rightarrow \gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ$			$(\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta) \rightarrow \beta$		

001	012	00	012	00	001	012	001	00
	01			01			01	
	↓			↓			↓	
$(\varepsilon \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ$			$(\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \delta\gamma\beta) \rightarrow \beta$			$(\varepsilon^\circ \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ) \rightarrow \gamma^\circ\delta^\circ$		

00	01	012	00	012	01	01	00	012
	001			001			001	
	↓			↓			↓	
$(\beta \rightarrow \varepsilon\delta\gamma) \rightarrow \delta\gamma$			$(\varepsilon\delta\gamma\beta \rightarrow \gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \varepsilon^\circ$			$(\beta^\circ \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta) \rightarrow \delta\gamma\beta$		

01	012	00	012	00	01	012	01	00
	001			001			001	
	↓			↓			↓	
$(\varepsilon\delta\gamma \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \varepsilon^\circ$			$(\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \beta) \rightarrow \delta\gamma\beta$			$(\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \beta^\circ) \rightarrow \delta\gamma$		

00	01	001	00	001	01	01	00	001
	012			012			012	
	↓			↓			↓	
$(\beta \rightarrow \delta\gamma) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma$			$(\delta\gamma\beta \rightarrow \gamma^\circ\delta^\circ) \rightarrow \varepsilon$			$(\beta^\circ \rightarrow \delta\gamma\beta) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta$		

01 001 00	001 00 01	001 01 00
012	012	012
↓	↓	↓
$(\delta\gamma \rightarrow \delta\gamma\beta) \rightarrow \varepsilon$	$(\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \rightarrow \beta) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta$	$(\gamma^\circ\delta^\circ \rightarrow \beta^\circ) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma$

3.14. R= (00, 000, 001, 012)

000 001 012	000 012 001	001 000 012
00	00	00
↓	↓	↓
$(\delta \rightarrow \varepsilon) \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ$	$(\varepsilon\delta \rightarrow \varepsilon^\circ) \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ$	$(\delta^\circ \rightarrow \varepsilon\delta) \rightarrow \gamma\beta$

001 012 000	012 000 001	012 001 000
00	00	00
↓	↓	↓
$(\varepsilon \rightarrow \delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ$	$(\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \delta) \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ$	$(\varepsilon^\circ \rightarrow \delta^\circ) \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ$

00 001 012	00 012 001	001 00 012
000	000	000
↓	↓	↓
$(\delta\gamma\beta \rightarrow \varepsilon) \rightarrow \delta^\circ$	$(\varepsilon\delta\gamma\beta \rightarrow \varepsilon^\circ) \rightarrow \delta^\circ\varepsilon^\circ$	$(\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta$

001 012 00	012 00 001	012 001 00
000	000	000
↓	↓	↓

$$(\varepsilon \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta) \rightarrow \delta^\circ\varepsilon^\circ \quad (\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \delta\gamma\beta) \rightarrow \gamma\beta \quad (\varepsilon^\circ \rightarrow \delta\gamma\beta) \rightarrow \delta^\circ$$

$$00 \quad 000 \quad 012$$

$$001$$

$$\downarrow$$

$$(\gamma\beta \rightarrow \varepsilon\delta) \rightarrow \delta$$

$$00 \quad 012 \quad 000$$

$$001$$

$$\downarrow$$

$$(\varepsilon\delta\gamma\beta \rightarrow \delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \varepsilon^\circ$$

$$000 \quad 00 \quad 012$$

$$001$$

$$\downarrow$$

$$(\beta^\circ\gamma^\circ \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta) \rightarrow \delta\gamma\beta$$

$$000 \quad 012 \quad 00$$

$$001$$

$$\downarrow$$

$$(\varepsilon\delta \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \varepsilon^\circ$$

$$012 \quad 00 \quad 000$$

$$001$$

$$\downarrow$$

$$(\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \gamma\beta) \rightarrow \delta\gamma\beta$$

$$012 \quad 000 \quad 00$$

$$001$$

$$\downarrow$$

$$(\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ) \rightarrow \delta$$

$$00 \quad 000 \quad 001$$

$$012$$

$$\downarrow$$

$$(\gamma\beta \rightarrow \delta) \rightarrow \varepsilon\delta$$

$$00 \quad 001 \quad 000$$

$$012$$

$$\downarrow$$

$$(\delta\gamma\beta \rightarrow \delta^\circ) \rightarrow \varepsilon$$

$$000 \quad 00 \quad 001$$

$$012$$

$$\downarrow$$

$$(\beta^\circ\gamma^\circ \rightarrow \delta\gamma\beta) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta$$

$$000 \quad 001 \quad 00$$

$$012$$

$$\downarrow$$

$$(\delta \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ) \rightarrow \varepsilon$$

$$001 \quad 00 \quad 000$$

$$012$$

$$\downarrow$$

$$(\beta^\circ\gamma^\circ\delta^\circ \rightarrow \gamma\beta) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma\beta$$

$$001 \quad 000 \quad 00$$

$$012$$

$$\downarrow$$

$$(\delta^\circ \rightarrow \beta^\circ\gamma^\circ) \rightarrow \varepsilon\delta$$

3.15. R = (01, 000, 001, 012)

000 001 012	000 012 001	001 000 012
01	01	01
↓	↓	↓
$(\delta \rightarrow \varepsilon) \rightarrow \gamma^\circ \delta^\circ$	$(\varepsilon \delta \rightarrow \varepsilon^\circ) \rightarrow \gamma^\circ \delta^\circ \varepsilon^\circ$	$(\delta^\circ \rightarrow \varepsilon \delta) \rightarrow \gamma^\circ$

001 012 000	012 000 001	012 001 000
01	01	01
↓	↓	↓
$(\varepsilon \rightarrow \delta^\circ \varepsilon^\circ) \rightarrow \gamma^\circ \delta^\circ \varepsilon^\circ$	$(\delta^\circ \varepsilon^\circ \rightarrow \delta) \rightarrow \gamma^\circ$	$(\varepsilon^\circ \rightarrow \delta^\circ) \rightarrow \gamma^\circ \delta^\circ$

01 001 012	01 012 001	001 01 012
000	000	000
↓	↓	↓
$(\delta \gamma \rightarrow \varepsilon) \rightarrow \delta^\circ$	$(\varepsilon \delta \gamma \rightarrow \varepsilon^\circ) \rightarrow \delta^\circ \varepsilon^\circ$	$(\gamma^\circ \delta^\circ \rightarrow \varepsilon \delta \gamma) \rightarrow \gamma$

001 012 01	012 01 001	012 001 01
000	000	000
↓	↓	↓
$(\varepsilon \rightarrow \gamma^\circ \delta^\circ \varepsilon^\circ) \rightarrow \delta^\circ \varepsilon^\circ$	$(\gamma^\circ \delta^\circ \varepsilon^\circ \rightarrow \delta \gamma) \rightarrow \gamma$	$(\varepsilon^\circ \rightarrow \gamma^\circ \delta^\circ) \rightarrow \delta^\circ$

01 000 012	01 012 000	000 01 012
001	001	012
↓	↓	↓

$$(\gamma \rightarrow \varepsilon\delta) \rightarrow \delta \qquad (\varepsilon\delta\gamma \rightarrow \delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \varepsilon^\circ \qquad (\gamma^\circ \rightarrow \varepsilon\delta\gamma) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma$$

$$\begin{array}{ccc} 000 & 012 & 01 \\ & 001 & \\ \downarrow & & \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} 012 & 01 & 000 \\ & 001 & \\ \downarrow & & \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} 012 & 000 & 01 \\ & 001 & \\ \downarrow & & \end{array}$$

$$(\varepsilon \rightarrow \gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ) \rightarrow \varepsilon^\circ \qquad (\gamma^\circ\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \gamma) \rightarrow \delta\gamma \qquad (\delta^\circ\varepsilon^\circ \rightarrow \gamma^\circ) \rightarrow \delta$$

$$\begin{array}{ccc} 01 & 000 & 001 \\ & 012 & \\ \downarrow & & \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} 01 & 001 & 000 \\ & 012 & \\ \downarrow & & \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} 000 & 01 & 001 \\ & 012 & \\ \downarrow & & \end{array}$$

$$(\gamma \rightarrow \delta) \rightarrow \varepsilon\delta \qquad (\delta\gamma \rightarrow \delta^\circ) \rightarrow \varepsilon \qquad (\gamma^\circ \rightarrow \delta\gamma) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma$$

$$\begin{array}{ccc} 000 & 001 & 01 \\ & 012 & \\ \downarrow & & \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} 001 & 01 & 000 \\ & 012 & \\ \downarrow & & \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} 001 & 000 & 01 \\ & 012 & \\ \downarrow & & \end{array}$$

$$(\delta \rightarrow \gamma^\circ\delta^\circ) \rightarrow \varepsilon \qquad (\gamma^\circ\delta^\circ \rightarrow \gamma) \rightarrow \varepsilon\delta\gamma \qquad (\delta^\circ \rightarrow \gamma^\circ) \rightarrow \varepsilon\delta$$

Literatur

Gardner, Martin, Mathematical Games: The fantastic combinations of John Conway's new solitaire game "Life". In: Scientific American, vol. 223 (Oct. 1970), S. 120–123

Kaehr, Rudolf, Kähr's Catalog of morphic CA-Patterns. Part V: Examples of rule-CIR and RCI. Glasgow 2015. Digitalisat:
http://www.vordenker.de/rk/rk_Kahrs-Catalog-of-morphic-CA-patterns_Part-V_2015.pdf (2015)

Toth, Alfred, Polykontexturale semiotische Automaten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019a

Toth, Alfred, Die Autoreproduktion von Subzeichen in semiotischen Automaten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019b

Toth, Alfred, Die Autoreproduktion von Proto- und Deuterozahlen in semiotischen Automaten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019c

Toth, Alfred, Die Morphismen der Proto- und Deuterosemiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019d

Toth, Alfred, Grundlegung einer polykontexturalen Semiotik. Tucson, AZ, 2019 (= 2019e)

von Neumann, John/A.W. Burks, Theory of Self-Reproducing Automata. Urbana, IL, 1966

19.6.2019